

|                  |   |   |  |
|------------------|---|---|--|
| محل مهر<br>مدرسه | تاریخ آزمون: ۴۰۲/۰۳/۳                         | بسمه تعالی<br>مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۴ قم<br><b>دبیرستان غیر دولتی دخترانه هدی</b><br>متوسطه دوم<br>آزمون لهبت دوم (خردادماه) سال تحصیلی ۴۰۱-۴۰۲<br>تعداد صفحه: ۴    تعداد سوال: ۱۶ | نام و نام خانوادگی:                                |
|                  | مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه<br>نام دبیر: خاتم فرایی |   | سوالت درس: ریاضی<br>پایه / رشته: دهم / ریاضی-تجربی |

تاریخ تصحیح: ۴۰۲/۰۳/۱    نمره: با عدد ( )    نمره با حروف: ( )    امضای دبیر: ( )

| ردیف | شرح سوالات | بارم |
|------|------------|------|
|------|------------|------|

۱ جملات زیر را با کلمات مناسب پر کنید.  
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 12 = 10 + n(B) - 3 \Rightarrow 12 - 7 = n(B) \Rightarrow n(B) = 5$   
 الف) اگر  $n(A) = 10$ ،  $n(A \cap B) = 3$  و  $n(A \cup B) = 12$  آنگاه مقدار  $n(B)$  برابر  $(5)$  است. /۵

ب) چهار واسطه ی هندسی بین دو عدد ۳ و ۹۶ درج کرده ایم. قدر نسبت  $(\frac{5}{3})$  است. /۵

پ) هر عدد مثبت دارای  $(\dots)$  ریشه ی ششم است که  $(\dots)$  یکدیگرند. عدد های منفی ریشه ی ششم ندارند. /۵

ت) برای حل معادله ی  $x^2 - 4x - 3 = 0$  به روش مربع کامل، باید به طرفین معادله عدد  $(\frac{4}{2})^2 = 4$  اضافه شود. /۲۵

ث) با حذف حداقل تعداد  $(\dots)$  عضو از رابطه ی  $f = \{(2,1), (3,5), (4,1), (2,5), (6,1), (3,7), (1,2)\}$  تبدیل به یک تابع می شود. /۲۵

ج) اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد ناسازگار،  $P(A) = \frac{3}{7}$  و  $P(B) = \frac{5}{8}$  باشد. مقدار  $P(A \cup B) = \frac{11}{56}$  است. /۲۵

چ) علم آمار مجموعه روش هایی است که شامل  $(\dots)$  سازماندهی و نمایش، تحلیل و تفسیر داده ها و در نهایت  $(\dots)$  مناسب در مورد پدیده ها و آزمایش های تصادفی است.

ح) عددی را که به ویژگی یک عضو نسبت داده می شود،  $(\dots)$  می گویند.

۲ درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. با ذکر دلیل

الف)  $\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}$  درست / نادرست ✓

ب)  $(\sqrt[8]{x^8}) = x$  درست / نادرست ✓

پ)  $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$  درست / نادرست ✓

ت) در پرتاب دو تاس احتمال این که مجموع دو تاس کمتر از ۱۰ باشد  $\frac{1}{18}$  است. درست / نادرست ✓

$n(S) = 4 \times 4 = 16$   
 $A = \{(4,4), (5,5), (5,4), (4,5), (4,4)\}$   $n(A) = 5$   
 $P(A) = \frac{5}{16} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{5}{16} = \frac{11}{16} \neq \frac{1}{18}$

|     |  |   |
|-----|--|---|
| ۲/۵ | <p>مناسب ترین گزینه را انتخاب کنید. با ذکر دلیل<br/>الف) حاصل عبارت <math>(-\infty, 2) - (1, 5]</math> کدام است؟<br/>ب) <math>(2, 5]</math> (گزینه صحیح)<br/>پ) <math>(-\infty, 2)</math><br/>ت) <math>(2, 5)</math></p>   | ۳ |
|     | <p>ب) با توجه به شکل زیر طول درخت است؟ <math>\sin 43^\circ = 0.68</math>, <math>\cos 43^\circ = 0.73</math>, <math>\tan 43^\circ = 0.93</math><br/> <math>\tan 43^\circ = \frac{x}{y} \Rightarrow 0.93 = \frac{x}{4} \Rightarrow x = 3.72</math><br/>         ۵۵/۸ (۱) (گزینه صحیح)<br/>         ۴۳/۸ (۲)<br/>         ۴۰/۸ (۳)<br/>         ۶۴/۳ (۴)<br/>         پ) شیب خطی که زاویه ی آن با جهت مثبت محور X ها زاویه <math>60^\circ</math> بسازد کدام است؟<br/> <math>m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}</math><br/>         ۱ (۱) (گزینه صحیح)<br/> <math>\frac{1}{\sqrt{3}}</math> (۳)<br/> <math>60\sqrt{3}</math> (۴)</p> |   |
|     | <p>ت) راس و معادله ی خط تقارن سهمی <math>y = -2x^2 + 4x - 3</math> کدام است؟<br/> <math>x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(-2)} = \frac{-4}{-4} = 1</math><br/> <math>y = -2(1)^2 + 4(1) - 3 = -2 + 4 - 3 = -1</math><br/>         ۱ (۱) <math>(-1, 1), x = -1</math><br/>         ۲ <math>(-1, -1), x = -1</math><br/>         ۳ <math>(1, -1), x = 1</math> (گزینه صحیح)<br/>         ۴ <math>(1, -2), x = 1</math><br/>         مگر <math>x=1</math> (گزینه صحیح)</p>  |   |
|     | <p>ث) از بین ۸ نفر به چند روش می توان ۲ نفر را انتخاب کرد به طوری که یک نفر خاص انتخاب نشود؟<br/> <math>\binom{7}{2} = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21</math><br/>         ۲۸ (۴)<br/>         ۲۱ (۳) (گزینه صحیح)<br/>         ۸ (۲)<br/>         ۷ (۱)</p>  |   |
| ۱   | <p>هر یک از عبارات سمت راست با یکی از عبارات سمت چپ ارتباط دارد. آن را مشخص کنید. (یک گزینه اضافی)</p> <p>الف) تابع خطی <math>f(x) = x</math> (۱) گزینه (بسته)</p> <p>ب) تابع قدر مطلق <math>y = \sin^2 x + \cos^2 x</math> (۲) گزینه (بسته)</p> <p>پ) تابع همانی <math>y = a^3 + 2a^2 - 4a - 9</math> (۳) گزینه (بسته)</p> <p>ت) تابع ثابت <math>y = 2x - 3</math> (۴) گزینه (الف)</p> <p>ث) تابع چند جمله ای</p>   | ۴ |
| ۱   | <p>نوع هر یک از متغیرهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) تعداد ضربان قلب یک نوزاد در هر دقیقه ..... کیفی</p> <p>ب) شدت آلودگی هوای اصفهان (زیاد، متوسط، کم) ..... کمی</p> <p>پ) اقوام ایرانی ..... کیفی</p> <p>ت) دمای هوای قله ی کوه زرد کوه بختیاری ..... کمی</p>  | ۵ |

|                |   |                |           |                |           |     |           |                |   |   |   |   |   |          |   |   |   |   |   |          |   |   |   |   |   |   |
|----------------|---|----------------|-----------|----------------|-----------|-----|-----------|----------------|---|---|---|---|---|----------|---|---|---|---|---|----------|---|---|---|---|---|---|
| ۱              | <p>الف) حاصل عبارت مقابل را بیابید.</p> $\sqrt{\sqrt{64}} = \sqrt[4]{64} = \sqrt[4]{2^6} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 2^2} = 2 \sqrt[4]{2} = 2\sqrt[4]{2}$ <p>ب) می‌خواهیم مخرج کسر <math>\frac{1}{\sqrt{3}+2}</math> را گویا کنیم برای این کار باید صورت و مخرج را در چه عددی ضرب کنیم؟</p> <p>در برابر صورت و مخرج هم‌زمان ضربه بزنیم</p> $\frac{1}{\sqrt{3}+2} \cdot \frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}-2} = \frac{\sqrt{3}-2}{3-4} = \frac{\sqrt{3}-2}{-1} = 2-\sqrt{3}$  | ۶              |           |                |           |     |           |                |   |   |   |   |   |          |   |   |   |   |   |          |   |   |   |   |   |   |
| ۱/۲۵           | <p>الف) نامعادله ی مقابل را به روش جدول تعیین علامت، حل کنید.</p> $3x^2 - x - 2 \leq 0$ <p>جدول تعیین علامت:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-\frac{2}{3}</math></td> <td><math>1</math></td> <td><math>2</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>3x^2 - x - 2</math></td> <td>+</td> <td>+</td> <td>-</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>3x - 2</math></td> <td>+</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td><math>3x - 2</math></td> <td>+</td> <td>+</td> <td>-</td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> </table> <p>پس جواب نامعادله: <math>[-\frac{2}{3}, 1] \cup (2, +\infty)</math></p>    |                | $-\infty$ | $-\frac{2}{3}$ | $1$       | $2$ | $+\infty$ | $3x^2 - x - 2$ | + | + | - | + | + | $3x - 2$ | + | + | + | + | - | $3x - 2$ | + | + | - | + | - | ۷ |
|                | $-\infty$   | $-\frac{2}{3}$ | $1$       | $2$            | $+\infty$ |     |           |                |   |   |   |   |   |          |   |   |   |   |   |          |   |   |   |   |   |   |
| $3x^2 - x - 2$ | +   | +              | -         | +              | +         |     |           |                |   |   |   |   |   |          |   |   |   |   |   |          |   |   |   |   |   |   |
| $3x - 2$       | +   | +              | +         | +              | -         |     |           |                |   |   |   |   |   |          |   |   |   |   |   |          |   |   |   |   |   |   |
| $3x - 2$       | +   | +              | -         | +              | -         |     |           |                |   |   |   |   |   |          |   |   |   |   |   |          |   |   |   |   |   |   |
|                | <p>الف) نمایش جبری آن را بنویسید.</p> <p>ب) مقدار <math>f(-4)</math> چقدر است؟</p> <p>برای یک تابع خطی می‌دانیم <math>f(1) = -2</math> و <math>f(3) = 5</math>:</p> $y = ax + b$ $\begin{cases} a + b = -2 \\ 3a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{2} \\ b = -\frac{11}{2} \end{cases}$ <p>پس <math>f(x) = \frac{7}{2}x - \frac{11}{2}</math></p> <p>مقدار <math>f(-4) = \frac{7}{2}(-4) - \frac{11}{2} = -14 - \frac{11}{2} = -\frac{28}{2} - \frac{11}{2} = -\frac{39}{2}</math></p>   | ۸              |           |                |           |     |           |                |   |   |   |   |   |          |   |   |   |   |   |          |   |   |   |   |   |   |
| ۰/۵            | <p>الف) اگر <math>f</math> تابعی از مجموعه <math>A</math> به مجموعه <math>B</math> باشد، می‌دانیم که دامنه ی <math>f</math> همان مجموعه <math>A</math> است. آیا همیشه برد تابع <math>f</math> با مجموعه <math>B</math> برابر است؟ مثال بزنید.</p> <p>همیشه دامنه <math>A</math> به <math>B</math> می‌رود. مثال: <math>A = \{1, 2, 3\}</math> و <math>B = \{4, 5, 6\}</math> و <math>f(x) = \{4, 5, 6\}</math> پس <math>f(A) = B</math>.</p> <p>ب) نمودار تابع <math>y =  x+2  - 3</math> را به روش انتقال رسم کنید و سپس به کمک آن برد آن را بیابید.</p> <p>نمودار <math>y =  x+2  - 3</math> را رسم می‌کنیم. این یک تابع مطلق است که گراف آن یک V است که رأس آن در <math>(-2, -3)</math> قرار دارد. برد آن <math>[-3, +\infty)</math> است.</p> | ۹              |           |                |           |     |           |                |   |   |   |   |   |          |   |   |   |   |   |          |   |   |   |   |   |   |
| ۰/۷۵           | <p>نمودار تابع زیر را رسم کنید.</p> $f(x) = \begin{cases} -x & x < -2 \\ 2 & -2 \leq x < 2 \\ x-2 & x \geq 2 \end{cases}$ <p>نمودار این تابع را رسم می‌کنیم. این یک تابع قطعه خطی است. برای <math>x &lt; -2</math>، تابع خطی <math>y = -x</math> است. برای <math>-2 \leq x &lt; 2</math>، تابع ثابت <math>y = 2</math> است. برای <math>x \geq 2</math>، تابع خطی <math>y = x - 2</math> است.</p>  | ۱۰             |           |                |           |     |           |                |   |   |   |   |   |          |   |   |   |   |   |          |   |   |   |   |   |   |

|      |   |             |
|------|---|-------------|
| ۱    | الف) با ارقام ۵, ۴, ۳, ۲, ۱ و بدون تکرار ارقام<br>الف) چند عدد سه رقمی می توان نوشت؟<br>ب) چند عدد سه رقمی زوج می توان نوشت؟  | ۱۱          |
| ۰/۷۵ | با حروف کلمه ی «مجاهدت» و بدون تکرار حروف :<br>الف) چند کلمه ی ۶ حرفی می توان نوشت که با حرف نقطه دار شروع شود؟<br>ب) چند کلمه ی ۴ حرفی می توان نوشت ؟ چند تا از آن ها به «مج» ختم می شود؟                | ۱۲          |
| ۰/۵  | ۳ کتاب فیزیک و ۴ کتاب ریاضی را به چند طریق می توان کنار یکدیگر قرار داد به طوری که کتاب های هم موضوع کنار هم باشند.   | ۱۳          |
| ۱/۲۵ | از میان ۳ مهندس و ۴ کارآفرین و ۲ مدیر می خواهیم کمیته ای تشکیل دهیم . مطلوب است تعداد حالت های :<br>الف) کمیته ۳ نفره باشد و فقط دو نفر آن کارآفرین باشد.<br>ب) کمیته دو نفره حداکثر یک مهندس در آن باشد. | ۱۴          |
| ۱    | الف) یک تاس و ۲ سکه را با هم می اندازیم. پیشامد آن که هر دو سکه پشت و تاس عددی اول باشد.  | ۱۵          |
| ۱    | در ظرفی ۴ مهره ی آبی، ۳ مهره ی قرمز. به تصادف دو مهره از ظرف خارج می کنیم. مطلوب است احتمال آنکه:<br>الف) دو مهره قرمز یا یک مهره آبی باشد.<br>ب) هر دو مهره هم رنگ باشند                                 | ۱۶          |
| ۲۰   | جمع نمره  | خسته نباشید |

$$3 \times 4 \times 5 = 60$$

$$\left. \begin{aligned} 1 \times 2 \times 3 &= 6 \\ 2 \times 3 \times 4 &= 24 \end{aligned} \right\} \rightarrow 30$$

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 720$$

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$$

$$1 \times 1 \times 2 \times 3 = 6$$

$$2! \times 3! \times 4!$$

$$\binom{4}{2} \binom{2}{1} = 6 \times 2 = 12$$

$$\binom{3}{1} \binom{2}{1} + \binom{3}{0} \binom{2}{2} = 3 \times 2 + 1 \times 1 = 7$$

$$A = \left\{ (1, 1), (1, 2), (2, 1) \right\} \quad n(A) = 3$$

$$n(B) = \binom{7}{2} = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$$

$$n(A) = \binom{3}{2} + \binom{4}{1} \binom{3}{1} = 3 + 12 = 15 \Rightarrow P(A) = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$$

$$n(B) = \binom{4}{2} + \binom{3}{2} = 6 + 3 = 9 \Rightarrow P(B) = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$